

## Bildverarbeitung in der Medizin

### Teil 5

### Wavelets und nichtlineare Filter

Jürgen Braun, Dagmar Krefting – Institut für Medizinische Informatik  
Ingolf Sack – Institut für Radiologie



## Übersicht Wavelets und nichtlineare Filter

- Grenzen der Fourieranalyse
- Wavelettransformaton
- Anwendungsfelder der Waveletanalyse
- Nichtlineare Filter
- Anwendung von nichtlinearen Filtern

## Ziel der Vorlesung

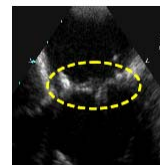
- Verständnis der Wavelet-Transformation
- Zusammenhang zwischen Orts-, Fourier und Waveletraum
- Filterung im Wavelet-Raum
- Anwendungen in der medizinischen Bildverarbeitung
- Konzept von nichtlinearen Filtern
- Klassen von nichtlinearen Filtern
- Anwendungen in der medizinischen Bildverarbeitung

## Ziel von Filteroperationen

- Rauschunterdrückung
- Ausgleichen von Inhomogenitäten in der Intensität
- Unterdrückung von Bildartefakten
- Hervorhebung von bestimmten Raumskalen



MRI des Kopfes, verrauscht



Mitralklappe im Ultraschallbild



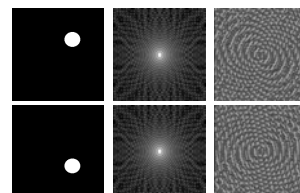
Läsionen im PET

## Zusammenhang von Filter und Objekterkennung

- Filterung soll
  - „Interessantes“ hervorheben
  - „Uninteressantes“ unterdrücken
- Unterscheidung zwischen „Interessantem und „Uninteressantem“ ist dabei implizit
- Handelt es sich bei „Interessantem“ um Objekte, geht die Filterung in Objekterkennung über

## Nachteil der Darstellung im Orts- oder Fourierraum

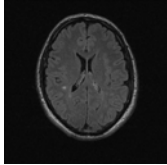
- Ortsraum: keine Infos über Raumfrequenzen, Skalen
- Fourierraum: im Spektrum keine Infos über die Ortsverteilung, Position ist in der Phase aller Komponenten kodiert



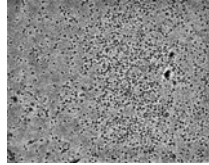
Ortsraum Frequenzspektrum Phase

## Lösungsansatz

Zerlegung des Bildes in Komponenten, die ähnlich den harmonischen Schwingungen eindeutig durch einfache Koeffizienten beschrieben werden können und sowohl Größeninformation als auch Ortsinformationen enthalten



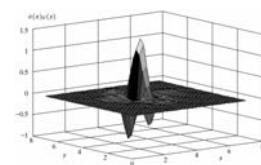
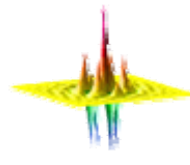
MS-Läsion im MRI



Nervenzellen im optischen Mikroskop

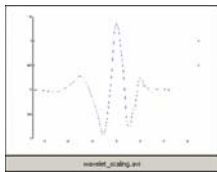
## Wavelets als Komponenten

- Wavelets sind *lokalisierte Wellenpakete*
  - Größeninformation durch Skalierung
  - Rauminformation durch Verschiebung

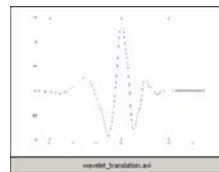


## Wavelets als Komponenten

- Mutterwavelet:  $\psi_{0,0}(x)$
- Skalierung:  $\psi_{a,0}(x) = \psi_{0,0}(x/a)$  oder anders!
- Verschiebung:  $\psi_{0,b}(x) = \psi_{0,0}(x-b)$



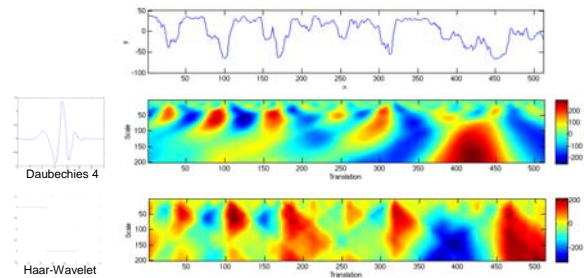
Skalierung eines Wavelets



Verschiebung eines Wavelets

## Kontinuierliche Wavelettransformation

- Wavelet-Koeffizienten für beliebige Skalierungen und Verschiebungen



## Kontinuierliche Wavelettransformation

Die kontinuierliche Wavelettransformation ist nicht eindeutig, das Signal kann nicht einfach durch Addition der Koeffizienten rekonstruiert werden

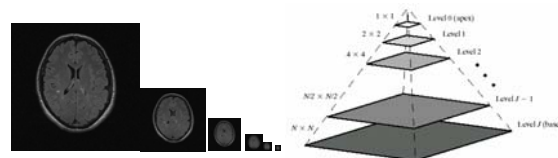
$$\text{Fouriertransformation: } X_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} F_k e^{i2\pi(nk/N)}$$

$$\text{Wavelettransformation: } X_n \neq \sum_{a=0}^{A-1} \sum_{b=0}^{B-1} C_{a,b} \psi_{a,b}(x)$$

Filterung durch Manipulation im Waveletraum und Rücktransformation ist so nicht möglich

## Dyadische Bildpyramide

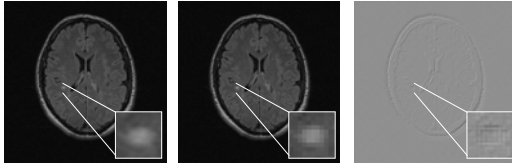
Bildpyramide: "Downsampling" eines Bildes um den Faktor 2  
 Auflösungsebene: Spiegelt eine Raumskala wieder  
 Große Raumskalen: Niedrige Auflösungsebene, J klein  
 Kleine Raumskalen: Hohe Auflösungsebene, J groß



## Rekonstruktion der nächsten Ebene

Approximation der nächsthöheren Ebene: "Upsampling" des Bildes um Faktor 2

Auflösungsebene: Spiegelt eine Raumskala wieder



MS-Läsion im MRI, Original

Approximation des Originals

Differenz zwischen Original und genähertem Bild



Bildverarbeitung in der Medizin - Teil 5: Wavelets und nichtlin. Filter

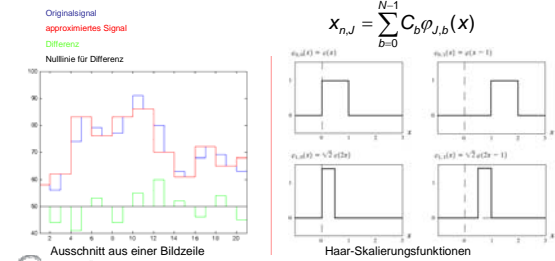
13

## Wavelets - Skalierungsfunktion

Mit einer Skalierungsfunktion können Signale einer Auflösungsebene exakt rekonstruiert werden:

Skalierungsfunktion:  $\varphi_{j+1,b}(x) = \sqrt{2}\varphi_{j,0}(2x-b)$

$$x_{n,j} = \sum_{b=0}^{N-1} C_b \varphi_{j,b}(x)$$



Bildverarbeitung in der Medizin - Teil 5: Wavelets und nichtlin. Filter

14

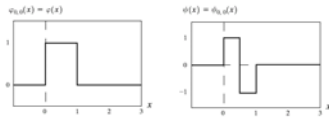
## Wavelets - Rekonstruktion

Die nächste Auflösungsebene kann mithilfe der Approximation und der Differenz exakt rekonstruiert werden

$$x_{n,j+1} = x_{n,j} + \Delta_{n,j+1} = \sum_{b=0}^{N-1} C_b \varphi_{j,b}(x) + \Delta_{n,j+1}$$

Die Differenz kann durch korrespondierende Wavelets exakt rekonstruiert werden

$$\Delta_{n,j+1} = \sum_{b=0}^{N-1} D_b \psi_{j,b}(x)$$



Haar-Skalierungsfunktion

„Vaterwavelet“

Haar-Wavelet

„Mutterwavelet“



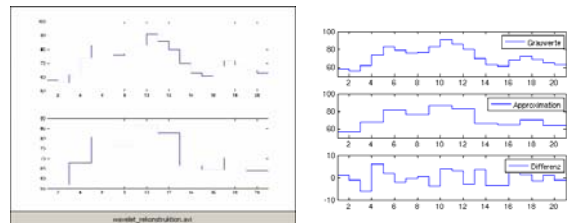
Bildverarbeitung in der Medizin - Teil 5: Wavelets und nichtlin. Filter

15

## Dyadische Wavelet-Transformation

Rekonstruktion:

$$x_{n,j+1} = \sum_{b=0}^{N-1} C_b \varphi_{j,b}(x) + \sum_{b=0}^{N-1} D_b \psi_{j,b}(x)$$



Analog zur Fourierfilterung Manipulation der Koeffizienten möglich



Bildverarbeitung in der Medizin - Teil 5: Wavelets und nichtlin. Filter

16

## Wavelet – Transformation 2D

Analog zur Fouriertransformation, separable Funktionen, die hintereinander ausgeführt werden können

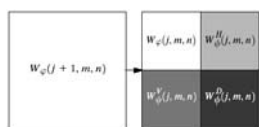
- jedoch 2 Funktionen in zwei Dimensionen
- Vier Sätze von Koeffizienten

$$W_p = C_{zeile} C_{spalte}$$

$$W_v^H = C_{zeile} D_{spalte}$$

$$W_v^V = D_{zeile} C_{spalte}$$

$$W_v^D = D_{zeile} D_{spalte}$$



Bildverarbeitung in der Medizin - Teil 5: Wavelets und nichtlin. Filter

17

## Wavelet – Transformation 2D

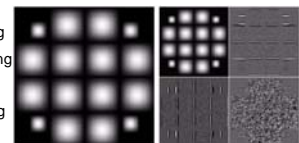
Wenn das Wavelet die Form des gesuchten Objektes hat, erhält man einen hohen Koeffizienten an der entsprechenden Stelle und in der entsprechenden Auflösungsebene

$W_p$  = Bild in der niedriger Auflösung

$W_v^H$  = Details in horizontaler Richtung

$W_v^V$  = Details in vertikaler Richtung

$W_v^D$  = Details in diagonaler Richtung



Bildverarbeitung in der Medizin - Teil 5: Wavelets und nichtlin. Filter

18

## Wavelet - Sammlung

Das passende Wavelet kann man auswählen, wenn man Informationen über die Form der hervorzuhebenden oder zu unterdrückenden Objekte im Bild hat.

- Daubechies
- Symlet
- Coiflet
- Meyer
- (Mexican hat)
- (Morlet)

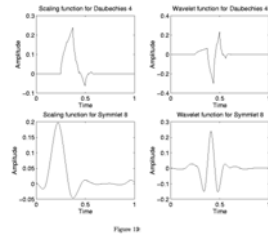
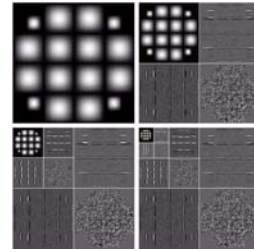


Figure 19

## Wavelet – Transformation Kaskade

Die verschiedenen Auflösungslevel können durch weitere Wavelettransformation erhalten werden.

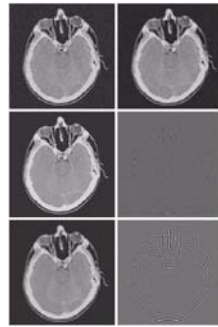


## Filtern im Wavelet-Raum

**Beispiel:** Rauschunterdrückung

Analog zum Fourierraum:

- Dyadische Wavelettrafo
- Koeffizienten manipulieren
  - Thresholding Detailkoeffizienten
- Rücktransformation in den Ortsraum



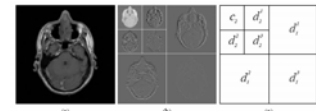
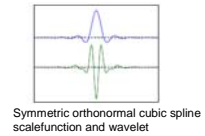
MRI des Kopfes

## Filtern im Wavelet-Raum

**Beispiel:** Detektion aktivierter Bereiche in fMRI

Glättung der Bilder:  
vor der statistischen Analyse

Waveletzerlegung  
Filter: Verschiedene Verfahren zur Bestimmung des Thresholds für die Waveletkoeffizienten



MRI des Kopfes und 2-Ebenen Waveletzerlegung

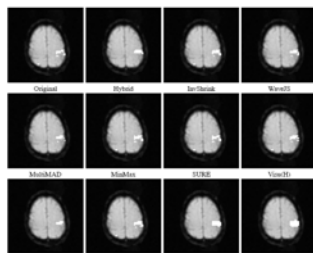
## Filtern im Wavelet-Raum

**Beispiel:** Detektion aktivierter Bereiche in fMRI

Test: Datensatz mit Referenz (Goldstandard)

Filterung: verschiedene Wavelet- und Gaussfilter

Ergebnis: Waveletfilter liefern bessere Ergebnisse



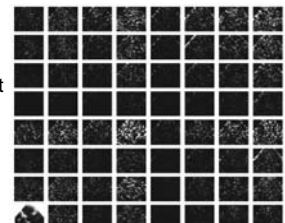
Ergebnis der statistischen Analyse nach Vorverarbeitung der Hirnbilder mit diversen Wavelet- und Gaussfiltern

A.M. Wink et al., The Effect of Image Enhancement on the Statistical Analysis of Functional Neuroimages: Wavelet-Based Denoising and Gaussian Smoothing, SPIEM 2003

## Filtern im Wavelet-Raum

**Beispiel:** Automatische Detektion von Mitralklappen "Footprints" in räumlicher und zeitlicher Dynamik

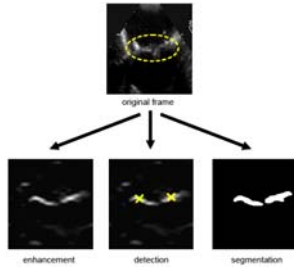
Multiskalenzerlegung:  
auch die Details werden weiter zerlegt  
Räumlich: 7 Ebenen  
Zeitlich: 4 Ebenen  
Filterkonstruktion aus Subbändern mit starker Aussagekraft



3-Ebenen Multiskalenzerlegung einer Echokardiografie

## Filtern im Wavelet-Raum

**Beispiel:** Automatische Detektion von Mitralklappen



Christian H. P. Jansen, "Multidimensional, multiscale wavelet footprints: a new tool for image segmentation and feature extraction in medical ultrasound, SPIEM 2003"

## Filtern im Wavelet-Raum

**Beispiel:** Schnelles 3D-Rending, Datenkompression

**Maximum Image Projection:**

Hellster Datenpunkt entlang des Projektionsstrahls wird abgebildet

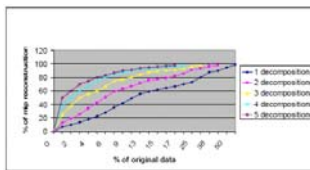
**Schnelligkeit:** Datenreduktion durch Waveletzerlegung und Vernachlässigung von Komponenten mit kleinen Koeffizienten



MRT des Thorax, Multiple Intensity Projection (MIP)

## Filtern im Wavelet-Raum

**Beispiel:** Schnelles 3D-Rending, Datenkompression



Rekonstruktionsfehler in Abhängigkeit der Anzahl der Zerlegungsebenen und Anzahl verwendeter Daten



MIP mit 17% Daten, 5 Ebenen-Waveletzerlegung, 98% Rekonstruktion

M. Hettler, Fast Maximum Intensity Projection with 3D Non-Linear Wavelets, SPIEM 2006

## Nichtlineare Filter

Der Einfluss der Pixel in auf das Ergebnis hängt nicht (allein) von ihrer Lage relativ zum aktuell berechneten Pixel ab.

**Wichtungsfaktoren:**

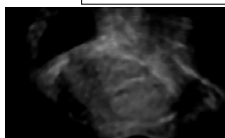
- Pixelwerte (Intensitäten)
- Absolute Lage im Bild (Wichtungsmaske)
- Pixelwerte in der Nachbarschaft
- Lokale Varianz

## Rank-Order Filter

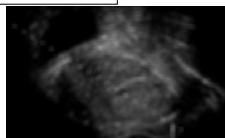
- Pixelwerte im Überlappungsbereich werden sortiert
- Wert des Pixels wird genommen, bei dem n% der Pixelwerte kleiner sind:
- 0%: Minimumfilter, 50%: Medianfilter, 100% Maximumfilter

$$g(x,y) = \text{rank}_n \{f(x-s, y-t)\}$$

$$s=-l, \dots, 0, \dots, l, \quad t=-l, \dots, 0, \dots, l$$



g(x,y): 7x7 Medianfilter



Vergleich: 7x7 linearer Glättungsfilter

## Rank-Order Filter

**Beispiel:** Minimumfilter als Marker für morphologische Rekonstruktion



(a) Ursprüngliches Bild (b) Ursprüngliches Bild mit Marker (grün) (c) Rekonstruktion des ursprünglichen Bildes



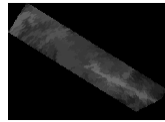
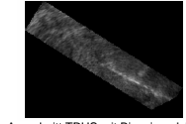
Originalbild Marker durch 5x5 Minimumfilter Rekonstruktion des markierten Objektes

## Rank-Order Filter

**Beispiel:** Minimumfilter als Marker für morphologische Rekonstruktion

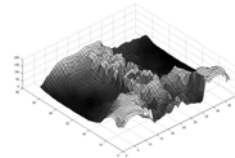
**Ziel der Filterung:**  
Speckleunterdrückung  
im transrektalen Ultraschall  
bei Erhaltung der  
Biopsienadel

**Marker:** 5x5 Minimumfilter



## Intensitätsdifferenz

- Kanten zeichnen sich durch eine hohe Intensitätsdifferenz aus
- Wichtung des Filterkoeffizienten hängt von der Intensitätsdifferenz zum Zentralpixel ab



Intensitätsprofil Röntgenbild der Wirbelsäule

## Intensitätsdifferenz – Partieller Filter

**Beispiel:** Partieller Averagefilter zur Früherkennung von Schlaganfällen

**Filterung:**

7x7 Filterkernel

**Maske:** Pixel im Kernel mit

Intensitätsdifferenz >5

**Average:** Bei der Wichtung

werden nur Pixel der

Maske berücksichtigt

35	35	35	36	34	35
36	33	34	33	35	50
35	36	33	34	50	50
34	34	35	35	34	51
35	33	32	34	33	35
25	34	35	34	45	45
24	25	32	20	21	20

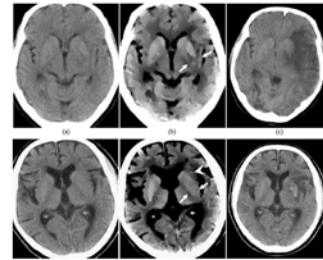
7x7-Nachbarschaft

1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0

Filtermaske für den Average-Filter

## Intensitätsdifferenz – Partieller Filter

**Beispiel:** Partieller Averagefilter zur Früherkennung von Schlaganfällen



MRI 1-2 Stunden nach Schlaganfall gefiltertes Bild MRI 7 Tage nach Schlaganfall

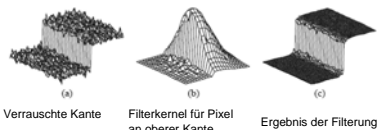
## Intensitätsdifferenz – Bilateralfilter

**Beispiel:** Bilateralfilter zur Erkennung von Polypen im Darm zur Krebsvorsorge

**Idee:** Wichtung der Koeffizienten abhängig von räumlicher und farblicher Entfernung

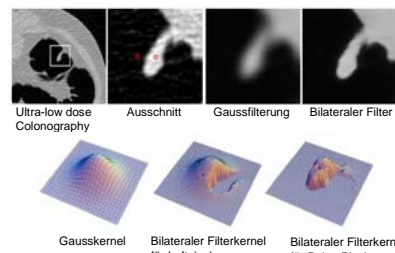
**Wichtung:** in beide Entfernungen gaussförmig

**Parameter:** Zusätzlich zur Kernelgröße und räumlicher Varianz noch Intensitätsvarianz



## Bilateralfilter

**Beispiel:** Bilateralfilter zur Erkennung von Polypen im Darm zur Krebsvorsorge



## Anisotrope Diffusion

- Bei der Diffusion gleichen sich räumliche Konzentrationsunterschiede im Laufe der Zeit aus.
- Je größer die Differenz in der Konzentration, desto mehr Diffusion findet statt

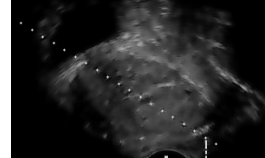
$$\frac{\partial I}{\partial t} = \nabla \cdot (c \cdot \nabla I), \quad I_{t=0} = I_0$$

- Bei der anisotropen Diffusion ist  $c$  nicht konstant, sondern eine Funktion des Intensitätsgradienten
- Für Kantenerhalt muss  $c$  bei großer Intensitätsdifferenz klein werden

$$c = \exp\left(-\left(\frac{|\nabla I_{n,m}|}{W_{n,m} \times K}\right)^2\right)$$

## Adaptives Filtern

- Bei adaptiver Filterung kann die Kernelgröße, die Varianz der Koeffizienten etc. von lokalen Eigenschaften des Bildes abhängen
- Beispiel: Bei großer Varianz der Grauwerte wird die Varianz des Gausskernels verkleinert, um Kanten zu erhalten



Transrektaler Ultraschall der Prostata, adaptiv gefiltert

## Adaptive Anisotrope Diffusion

**Beispiel:** Rauschunterdrückung bei PET-Bildern

**PET:**

Rauschen nicht homogen  
Unterschiedlich starkes  
Glätten notwendig

**Filtern:** Anisotrope Diffusion

**Adaptiv:** Die Leitfähigkeit  $W$  bei der Berechnung von  $c$  ist abhängig vom Rauschlevel

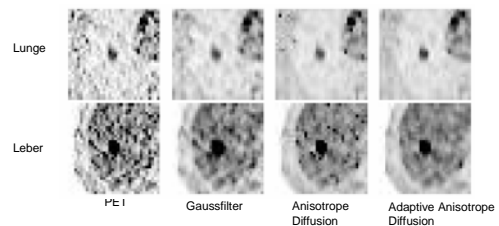
$$c = \exp\left(-\left(\frac{|\nabla I_{n,m}|}{W_{n,m} \times K}\right)^2\right)$$



Simulierte PET mit Läsionen in Leber und Lunge

## Adaptive Anisotrope Diffusion

**Beispiel:** Rauschunterdrückung bei PET-Bildern



R. Padfield et al., Adaptive conductance filtering for spatially varying noise in PET images, SPIEM 2006

## Zusammenfassung

- Wavelettransformation verbindet Skalen- und Ortsinformation
- Einsatz von Wavelets zur Filterung und Kompression
- Nichtlineare Filter berücksichtigen lokale Bildeigenschaften
- Adaptive Filter variieren Filterparameter nach lokalen Eigenschaften des Bildes
- Einsatz nichtlinearer Filter zur kantenerhaltenden Glättung