

# Vorlesung „Bildverarbeitung in der Medizin“

## Teil 1: Einführung

Jürgen Braun, Dagmar Krefting – Institut für Medizinische Informatik

CHARITÉ CAMPUS BENJAMIN FRANKLIN

## Einführung Bildverarbeitung in der Medizin

- I. Der Sehvorgang im menschlichen Auge
- II. Bilderzeugende Verfahren in der Medizin
- III. Bildeigenschaften und Digitalisierung von Bildern
- IV. Typische Fragestellungen an medizinisches Bildmaterial und Beispiele für Bildverarbeitungsmethoden
- V. Bildverarbeitungsketten

Einführung

2

## Ziele der Vorlesung

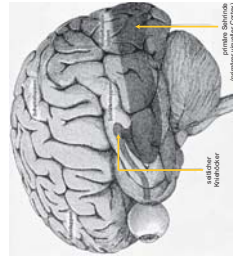
Nach dieser Veranstaltung sollten Sie wissen:

- wie die visuelle Wahrnehmung beim Menschen stattfindet
- mit welcher Motivation digitale Bilder in der Medizin erzeugt werden
- welche wichtigen bildgebenden Verfahren existieren
- welche relevanten Informationen mit ihnen zugänglich sind
- wie diese Bilder aufgebaut sind und was für Eigenheiten sie besitzen
- welche Fragestellungen an medizinisches Bildmaterial gestellt werden
- Beispiele für typische Bildverarbeitungstechniken
- aus welchen Komponenten Bildverarbeitungsketten bestehen können

Einführung

3

## I. Der Sehvorgang beim Menschen



- ein Bild der Umgebung wird auf die Netzhaut geworfen
- die Weiterleitung der Information erfolgt über die Sehnerven und deren Kreuzung zum seitlichen Kniehöcker
- und vom Kniehöcker zur primären Sehrinde am Hinterhauptslappen

1. Sehvorgang und Wahrnehmung

4

## I. Der Sehvorgang beim Menschen

- Das auf der Netzhaut entstandene Bild wird als Nervenimpuls kodiert
- Informationen gelangen zur primären Sehrinde des Hinterhauptslappens
- Im visuellen Kortex: Analyse der visuellen Information (Farbe, Bewegungsrichtung)
- Schädigung der unterschiedlichen Areale führen zu Einbußen bestimmter visueller Leistungen

1. Sehvorgang und Wahrnehmung

5

## I. Beispiel einer Sehstörung - Neglect

Vorlage



Patientenzeichnung



Neglect:

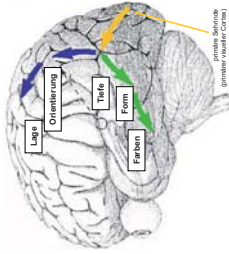
- eine Verhaltensstörung, die sich als eine halbseitige Vernachlässigung bzw. Aufmerksamkeits- und Wahrnehmungseinschränkung für eine Raum und Körperhalbe zeigt.
- Ursache: Schlaganfälle, Blutungen oder Tumore, die den rechten Parietallappen schädigen.

1. Sehvorgang und Wahrnehmung

6

## I. Ebenen menschlicher Wahrnehmung

- (1) Bildverarbeitung: Farbe, Form und Bewegung
- (2) Wahrnehmungsorganisation: Interpretation der Informationen, Verknüpfung zu einheitlichem Eindruck
- (3) Bewusste Wahrnehmung: Orientierung im Raum, Erkennen von Objekten und Gesichtern



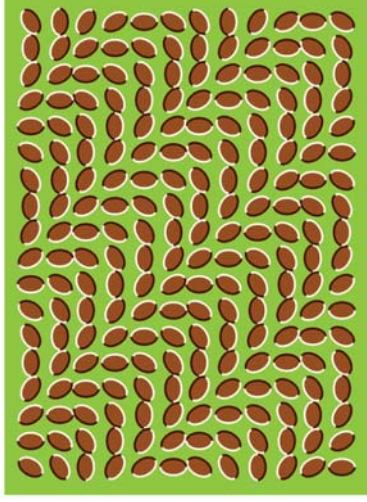
Obere Bahn = Dorsaler Pfad:  
 „Wo befindet sich das, was ich sehe?“  
 Orientierung und Positionierung im Raum

Untere Bahn = Ventraler Pfad:  
 „Was sehe ich?“  
 Identifikation von Farben, Formen, Objekten

1. Sehvorgang und Wahrnehmung

7

## I. Optische Täuschungen (→ Computer Vision)



1. Sehvorgang und Wahrnehmung

8

## I. Verarbeitung von Bildern im Computer

Was sind die Vorteile eines Computers gegenüber der menschlichen Wahrnehmung von Bildern?

Mensch	Computer
+ Datenreduktion bei der Reizeleitung im Sehnerv	+ Messung absoluter Werte
+ Objekterkennung	+ objektiv / präzise
+ wissensbasierte Bildinterpretation	+ komplizierte Berechnungen möglich
+ integrierte Lernfähigkeit	+ ermüdungsfrei
- Probleme mit der Intensitätsnormierung	+ schnell
- subjektiv	+ billig



1. Sehvorgang und Wahrnehmung

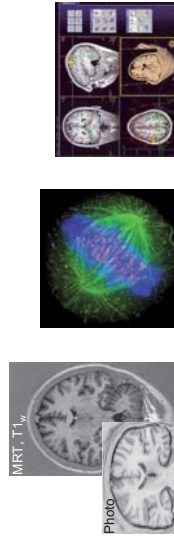
9

## II. Warum werden Bilder in der Medizin erzeugt?

Digitale Bilder werden erzeugt / berechnet um

- anatomische
- physiologische
- funktionelle

Information zur Diagnostik / Therapiekontrolle von Erkrankungen (auch aus dem Inneren des Körpers) zu erhalten



Anatomie

Physiologie:  
Mitose

2. Bildgebende Verfahren

10

## II. Typische bildgebende Modalitäten in der Medizin

Radiographie („konventionelles Röntgen“), Projektionsverfahren, Anatomie



Thoraxaufnahme



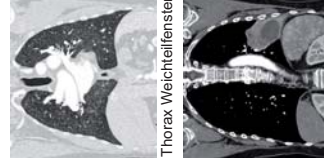
Röntgengerät (Übertrittsröhre)

2. Bildgebende Verfahren

11

## II. Typische bildgebende Modalitäten in der Medizin

Röntgen-Computertomographie (CT): Schichtbilder, 3D-Daten, Anatomie



Thorax Weichteilfenster

Thorax Knochenfenster

CT-Gerät: „16 - Zeller“  
 (gleichzeitige Aufnahme von 16 Schichten)

2. Bildgebende Verfahren

12

## II. Typische bildgebende Modalitäten in der Medizin

Ultraschallbildgebung (US): Schichtbilder, 3D-Daten, Anatomie und Funktion



US Aufnahme eines Ungeborenen

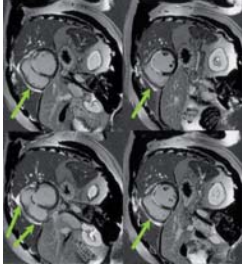
Ultraschallgerät

2. Bildgebende Verfahren

13

## II. Typische bildgebende Modalitäten in der Medizin

Magnetsonanztomographie (MRT): Schichtbilder, 3D-Daten, Anatomie und Funktion



Herz-MRT: Vorderwandinfarkt



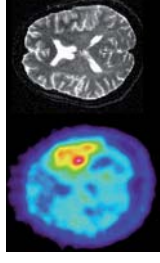
MRT-Gerät: Steuerrechner und Untersuchungsraum mit Magnet

2. Bildgebende Verfahren

14

## II. Typische bildgebende Modalitäten in der Medizin

Nuklearmedizinische Verfahren:  
Single Photon Emission Computed Tomography (SPECT) und  
Positronen Emissions Tomographie (PET): Funktion



SPECT, Tracer:  $^{123}\text{I}$ -Methylthiosin  
MRT:  $T_2$ -Wichtung



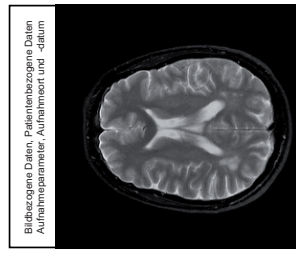
SPECT-Anlage

2. Bildgebende Verfahren

15

## III. Struktur digitaler medizinischer Bilddaten

Bildbezogene Daten, Patientenbezogene Daten, Aufnahmeparameter, Aufnahmeort, UID, -idatum



Header

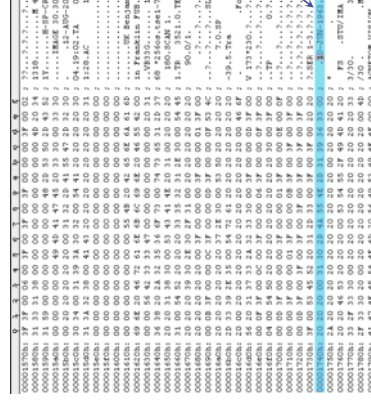
Bild



3. Bildigenschaften und Digitalisierung

16

## III. Eigenheiten medizinischer Bilddaten



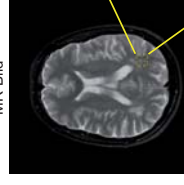
Patienten-  
bezogene  
Daten!

3. Bildigenschaften und Digitalisierung

17

## III. Speicherung der Bildinformation

MRI-Bild



Ausschnitts-  
vergrößerung  
MS-Läsionen

Binärdarstellung  
des Bildausschnitts



3. Bildigenschaften und Digitalisierung

18

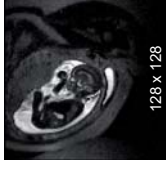
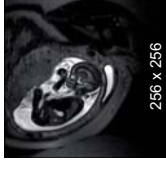
### III. Eigenschaften digitaler Bilddaten

- In der Mehrzahl handelt es sich bei medizinischem Bildmaterial um:
- 2D-Grauwertbilder  $f(x,y)$
  - der Wert  $f(x,y)$  an einer Position  $(x,y)$  ist der Grauwert (oder Intensität)
  - die Bilder sind digitalisiert
  - im Ort  $(x,y)$  : Sampling
  - in der Intensität  $f(x,y)$  : Grauwertquantisierung
  - ein diskreter Bildpunkt in 2D-Bilddaten wird Pixel genannt (von picture element)
  - ein diskretes Volumenelement in 3D-Bilddaten wird Voxel genannt (von volume element)
  - Bildpunkte sind in der Regel quadratisch (kubisch), können aber auch andere Formen haben (hexagonale Raster)

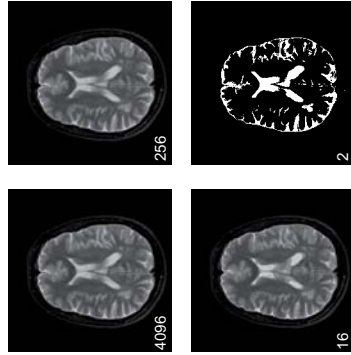
### III. Sampling-Dichte und Auflösung

- Zusammen mit den Eigenschaften des bildgebenden Systems bestimmt die Sampling-Dichte die Ortsauflösung in den Bildern
- Die maximale Ortsauflösung in Bildern ist durch die kleinsten, gerade noch unterscheidbaren Details definiert
- Die Sampling-Dichte (ortsbezogen) in Bildern wird oft in DPI = dots per inch = pixel pro 2,5 cm angegeben
- Wird die Größe der Bildpunkte höher als ihr Abstand, reduziert sich die Ortsauflösung

### III. Ortsauflösung $(x,y)$



### III. Grauwertquantisierung $f(x,y)$



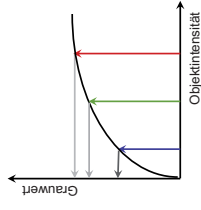
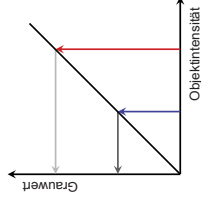
### III. Typische Grauwertquantisierungsstufen

- $f(x,y)$  wird in Form ganzzahliger Werte angegeben  $[0 - \max]$ ,  $\max = 2^n - 1$
- |          |                  |   |
|----------|------------------|---|
| $n = 1$  | $[0 \ 1]$        | Binärbild   |
| $n = 5$  | $[0 \ 31]$       | ungefähr die maximale Anzahl an Grauwerten die das menschliche Auge lokal auflösen kann                     |
| $n = 8$  | $[0 \ 256]$      | 1 Byte Grauwerttiefe  |
| $n = 16$ | $[0 \ 65535]$    | üblicher Typ medizinischer Bilddaten oftmals sind jedoch nur 12 bit, d.h. 4096 Grauwerte tatsächlich belegt |
| $n = 24$ | $[0 \ 16777215]$ | üblich für Farbbilder, z.B. 3-1 Byte in RGB-Bildern   |

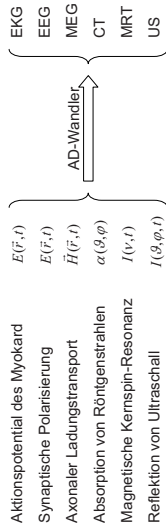
### III. Methoden zur Grauwertquantisierung

Typische Methoden zur Digitalisierung von Grauwerten sind:

- lineare Quantisierung: Intensität (Helligkeit) des Objektes wird direkt auf die Grauwerttiefe des Bildes abgebildet
- logarithmische Quantisierung: höhere Grauwertauflösung in intensitätsarmen Bereichen (die menschliche Wahrnehmung arbeitet logarithmisch)

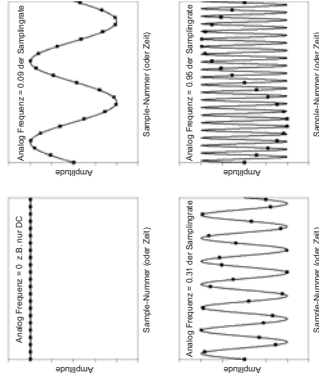


### III. Erzeugung digitaler Daten



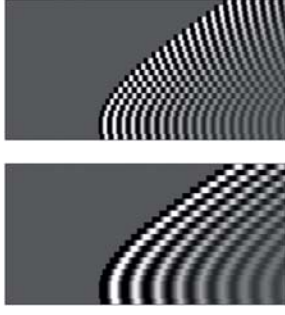
Durch das Digitalisieren von physikalischen Meßdaten werden die Signale für den Computer verarbeitbar.

### III. Sampling und räumliches Aliasing



Räumliches Aliasing bedeutet ein unzureichendes Sampling von Daten entlang der Ortsachsen. Dabei handelt es sich um ein allgemeines Problem, das sehr häufig auftritt. Zur Vermeidung von Aliasing sollten die Daten mit mehr als 2 Punkten pro Bilddetail (Wellenlänge) digitalisiert werden um Fehlinterpretationen der Signale zu vermeiden.

### III. Sampling und Aliasing



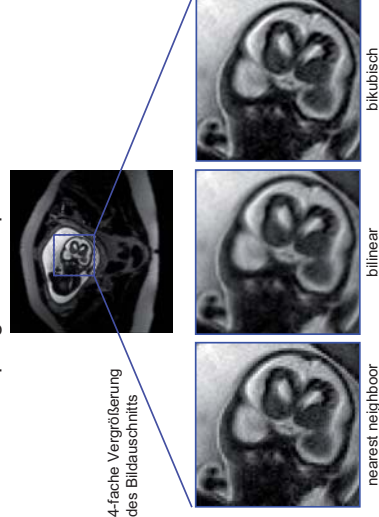
Aliasing führt im obigen Beispiel zu einer uneindeutigen Bestimmung der Wellenrichtung. Die rechte Abbildung wurde durch eine unzureichende Sampling-Dichte entlang der x-Achse erzeugt. Das Problem wird besonders in Bereichen höherer Frequenzen und Steigungen der Wellenfronten sichtbar.

### III. Resampling

Resampling ist der Vorgang, durch den bei der geometrischen Transformation von Bildern aus einer vorliegenden Grauwertmatrix eine neue berechnet wird. Er ist mit einer Interpolation zwischen den vorliegenden Grauwerten des Eingabebildes verbunden. Dazu existieren unterschiedliche Verfahren:

- Nächste Nachbarschaft (nearest neighborhood NN): Der Grauwert des Pixels im Eingabebild der den berechneten Koordinaten am nächsten liegt wird übernommen. Ein Originalpixel kann seinen Grauwert an mehrere Pixel im Ergebnisbild abgeben. Treppeneffekt, wenig Rechenaufwand
- Bilineare Interpolation: Methode um einen Grauwert, basierend auf Daten der vier benachbarten Pixel zu schätzen. Eine bilineare Interpolation besteht aus zwei sukzessiven linearen Interpolationen in x- und y-Richtung. Geringerer Treppeneffekt, größerer Rechenaufwand
- Bikubische Interpolation: Die Werte der 4 x 4 umliegenden Pixel werden für Interpolation höherer Ordnung verwendet. Bestes Ergebnis, höchste Rechenaufwand

### III. Resampling und Interpolationsverfahren

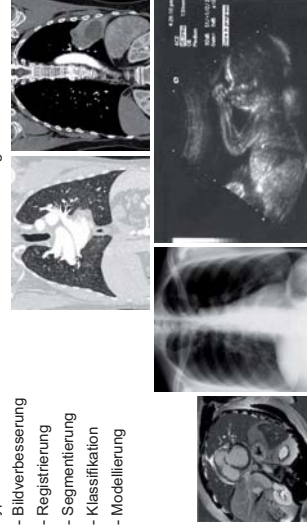


4-fache Vergrößerung des Bildausschnitts

### IV. Fragestellungen an medizinisches Bildmaterial

Typische Probleme der medizinischen Bildverarbeitung sind:

- Bildverbesserung
- Registrierung
- Segmentierung
- Klassifikation
- Modellierung



#### IV. Einige Begriffsklärungen / Definitionen

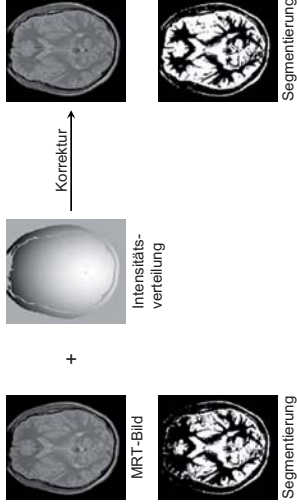
**Registrierung:**  
die Ausrichtung unterschiedlicher Bilder an einem einheitlichen Koordinatensystem bezeichnet man als Registrierung.

**Segmentierung:**  
die Erzeugung von inhaltlich zusammenhängenden Regionen durch Zusammenfassung von Bild- oder Volumenelementen entsprechend einem bestimmten Homogenitätskriterium bezeichnet man als Segmentierung.

**Klassifikation:**  
mit Hilfe der Klassifikation (auch Klassifizierung) werden in Bildern Flächen mit gleichen bzw. ähnlichen Eigenschaften ermittelt und eindeutig zu Klassen zugeordnet. Da erst die Klassifizierung realer Informationen eine geordnete Verarbeitung ermöglicht, ist die Klassifizierung auch zentraler Bestandteil vieler Anwendungen der Informatik.

#### IV. Bildverbesserung: Intensitätskorrektur

Problem: bedingt durch die Aufnahmetechnik besitzen Bilder nicht immer eine gleichmäßige Ausleuchtung → Probleme bei nachfolgender Bildverarbeitung



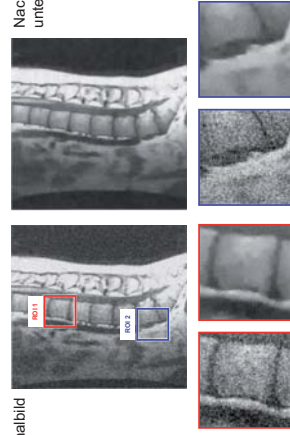
#### IV. Bildverbesserung - Rauschen

Bildrauschen beruht auf technischen Problemen bei der Digitalisierung von Daten. Je nach bildgebendem Verfahren existieren unterschiedliche Sensoren mit denen die analogen Signale in digitale Werte umgewandelt werden. Bei diesem Prozess entsteht nicht nur ein Nutzsignal, sondern auch Störungen die sich als Bildrauschen bemerkbar machen.

Da das Bildrauschen die Verarbeitung der Bilddaten oft negativ beeinflusst (z.B. Segmentierungen und Inversionsverfahren), gibt es viele Verfahren zur Rauschunterdrückung. Zu deren Umsetzung sind oftmals komplexe Algorithmen notwendig (Multiskalenverfahren, anisotrope Diffusion) oder es ist eine genaue Kenntnis des physikalischen Aufnahmevorgangs notwendig.

#### IV. Beispiel: Rauschunterdrückung unter Kantenerhalt

Rauschunterdrückung mit einer adaptiven Schwellwertbildung bei der Multiplikation von Wavelet-Koeffizienten \*



#### IV. Registrierung

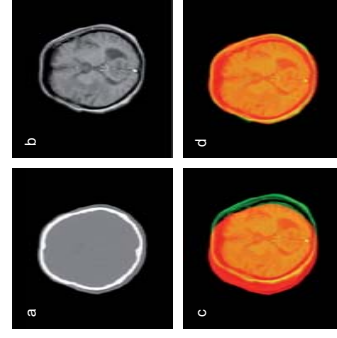
Eine Registrierung von Bildern ist beispielsweise notwendig für:

- longitudinale Studien (Untersuchungen zu verschiedenen Zeitpunkten)
- Überlagerung von Bildern die mit unterschiedlichen bildgebenden Verfahren akquiriert wurden
- Abbildung individueller Bilddaten auf einen allgemein gültigen Atlas
- bei Organbewegungen

Die Registrierung kann während der Aufnahme von Folgebildern (Anpassung des internen Koordinatensystems des bildgebenden Verfahrens) oder nach Bildaufnahme (durch Drehung, Verschiebung, Skalierung, elastische Verzerrung) durchgeführt werden.

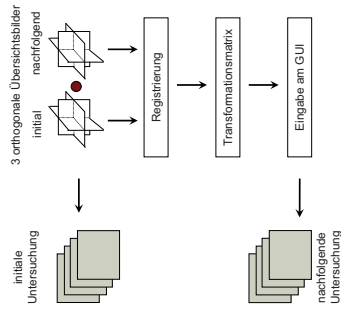
Im ersten Fall (prospektive Registrierung) ist eine umfangreiche Kenntnis der physikalischen Grundlagen des Aufnahmeverfahrens erforderlich, im zweiten Fall müssen je nach Bildmaterial Intensitäts- oder ähnlichkeitsbasierte Verfahren angewendet werden.

#### IV. Multimodale Registrierung

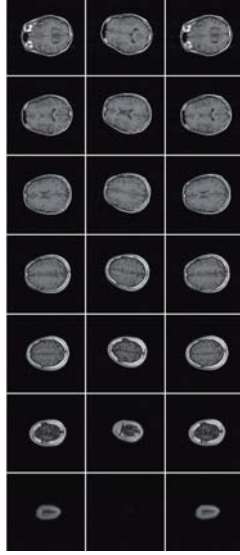


Axiale Schnittbilder eines CT- (a) und MRT-Datensatzes (b) und die Überlagerung beider Bilder vor (c) und nach der Registrierung (d) mittels eines ähnlichkeitsbasierten Verfahrens (Normalized Mutual Information)

#### IV. Flussdiagramm einer prospektiven Registrierung



#### IV. Prospektive Registrierung von MRT-Bildern

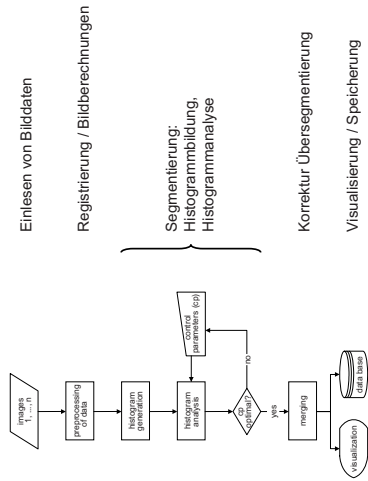


Obere Reihe: Referenzexperiment (zeitlich erste Aufnahme)  
 Mittlere Reihe: Nachfolgeuntersuchung ohne prospektive Registrierung  
 Untere Reihe: Nachfolgeuntersuchung mit prospektiver Untersuchung

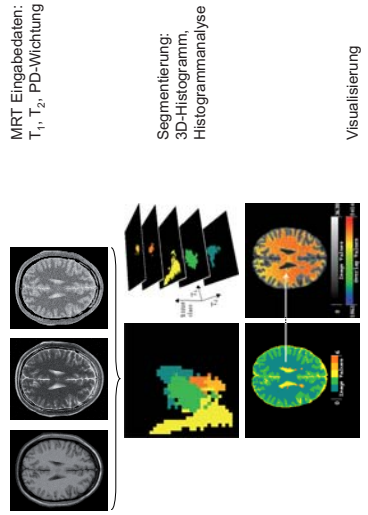
#### IV. Segmentierung von medizinischem Bildmaterial

Segmentierung ist im Prozeß der Verarbeitung von Bildern üblicherweise der erste Schritt der Bildanalyse nach der Bildvorverarbeitung.  
 Es sind viele Verfahren zur manuellen, halbautomatischen und automatischen Segmentierung bekannt. Eine Einteilung kann in pixel-, kanten- und regionenorientierte Verfahren erfolgen. Zusätzlich unterscheidet man modellbasierte Verfahren, bei denen Informationen über die zu segmentierenden Objekte (beispielsweise die Form) im Algorithmus integriert wird, und texturbasierte Verfahren, bei denen die innere Struktur der Objekte berücksichtigt wird.  
 Segmentierungsverfahren beruhen meist auf hochentwickelten Methoden. Es existieren trotzdem (oder deswegen) oftmals eine Reihe von Problemen:  
 - Anfälligkeit gegenüber wechselnder Ausleuchtung (Intensitätsschwankungen)  
 - Übersegmentierung (es wird beispielsweise eine physiologisch nicht sinnvolle Anzahl von Segmenten ermittelt)  
 - Untersegmentierung  
 - eingeschränkte Anwendbarkeit: (1) aufgrund vielfältiger Optimierungen und (2) durch starke Qualitätschwankungen von klinischen Bildmaterial

#### IV. Beispiel: regionenbasiertes Verfahren



#### IV. Beispiel: regionenbasiertes Verfahren

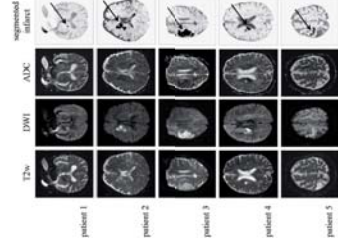


MRT Eingabedaten:  
 $T_1$ ,  $T_2$ , PD-Wichtung

Segmentierung:  
 3D-Histogramm,  
 Histogrammanalyse

Visualisierung

#### IV. Segmentierung Hirninfarkte



Histogrammbasierte Segmentierung:  
 - 64 Infarktpatienten, dargestellt sind 5 unterschiedliche Erscheinungsformen von Hirninfarkten  
 - Eingabedaten:  
 T2-Wichtung (T2w)  
 Diffusionswichtung (DWI)  
 Diffusionskoeffizient (ADC)  
 - Beurteilung gegen „Goldstandard“ (manuelle Segmentierung Radiologe)  
 - Ergebnisse:  
 Sensitivität ~ 0.60 (Anteil der richtig als erkrankt erkannten Pixel)  
 Spezifität ~ 0.99 (Anteil der richtig als gesund erkannten Pixel)

#### IV. Klassifikation

Das Klassifikationsproblem:  
 Abgrenzung von Bildpunkten aufgrund derer Eigenschaften und Zuordnung in unterschiedliche Gruppen (Objektklasse, Musterklasse). Klassifikationen werden in der Regel für mehrkanalige Bilder durchgeführt. Die *N* Merkmalskanäle können dabei aufgezeichnete Originaldaten (z.B. unterschiedliche Bildwichtungen), aber auch aus den Originaldaten berechnete Merkmale sein (z.B. quantitative physikalische Größen oder Texturen).

Für die Klassifikation geeignete Merkmale sind beispielsweise:

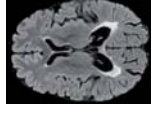
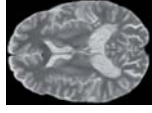
- der Grauwert der Pixel
- die Farbanteile (R, G, B) der Pixelfarbe
- der Grauwert-Gradient
- der lokale Kontrast
- Texturmerkmale
- topologische Bildeigenschaften (z.B. die Lage eines Objektes)
- geometrische Merkmale (z.B. Größe oder Umfang)
- die zeitliche Veränderung von Merkmalen in Bildfolgen

#### IV. Klassifikation

Ebenso wie die Segmentierung beruhen Klassifikationsverfahren meist auf hochentwickelten Methoden. Für Klassifikationsmethoden in der Bildverarbeitung kann folgende Einteilung getroffen werden:

- Statistische Klassifikatoren
  - parametrische (z. B. hidden-Markov, support vector machines, naive Bayes)
  - nichtparametrische (z. B. logistische Regression)
- Nichtstatistische Klassifikatoren
  - hierarchische (z. B. Entscheidungsbaum)
  - neuronale Netze (z. B. Perceptron, Multilayer Feed Forward)
  - geometrische (z. B. k-nearest neighbor)

#### IV. Beispiel: Klassifikation von MS-Läsionen



MRT Eingabedaten:  
 PD, T<sub>2</sub>-Wichtung, FLAIR  
 (T<sub>2</sub>-w mit Unterdrückung von freiem Wasser)

Klassifikationsergebnis  
 (nach Segmentierung)  
 helblau: CSF  
 grau: graue Hirnmasse  
 weiß: weiße Hirnmasse  
 Rosa: MS-Läsionen

Klassifikationsmethode:  
 Parzen-Window (verallgemeinerte k-nearest neighbor Technik)

Sajda RE, Dalis S, He R, Mohr M, Gupta RK, Wolinski JS, Narayana PA. Unified approach for multiple sclerosis lesion segmentation on brain MRI. Ann Biomed Eng. 2008; Jan;34(1):142-51.

#### IV. Physikalische Modellierung

Sollen quantitative Größen aus medizinischen Bilddaten bestimmt werden, muß ein physikalisches Modell zugrundegelegt werden, das den für den Bildkontrast verantwortlichen Mechanismus richtig beschreibt.

Dies ist oftmals nötig, wenn neue Methoden zur Bildgebung oder neue Kontrastmechanismen entwickelt werden.

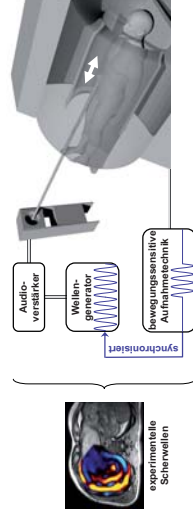
Beispiele:

- Analyse von EEG-Signalen (Elektroenzephalographie)
- Gefäßdichte in Tumoren (korreliert mit Tumoraktivität)
- Berechnung von Fließgeschwindigkeiten in Gefäßen
- Bestimmung von Diffusionskoeffizienten / Diffusionsensoren
- Bestimmung der Gewebeperfusion (Blutversorgung)
- Elastizitätsbestimmung

#### IV. Beispiel: Magnetresonanzelastographie (MRE)

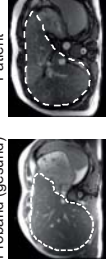
Bildgestützte Methode zur Bestimmung elastischer Kenngrößen von Geweben  
 - „apparative Palpation“ tiefliegender, manuell nicht zugänglicher Gewebe  
 - oft Elastizitätsunterscheide zwischen gesunden / pathologischen Geweben  
 - quantitativ und objektiv  
 → Elastizität als neuer diagnostischer Parameter

Experimenteller Aufbau:



#### IV. Elastizitätsrekonstruktion aus MRE Daten

Proband (gesund)



Standard MRT: Anatomie

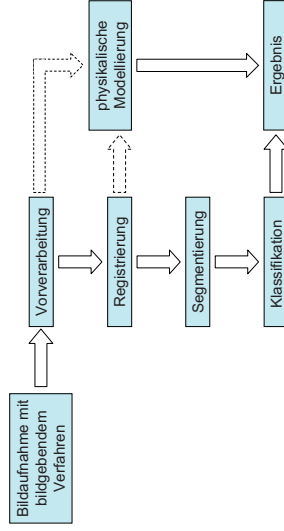


MRE: Gewebeauslenkung [µm] durch mechanische Wellen  
 Diagnosestellung durch den Arzt?

- Inversion der Wellengleichung
- biomechanisches Gewebemodell

ortsaufgelöster Schermodul

## V. Typische Bildverarbeitungsketten



5. Bildverarbeitungsketten

49

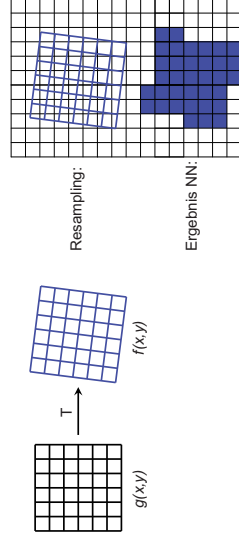
## Zusammenfassung

- Sehvorgang
  - Physiologie, Wahrnehmung
- Bilder
  - Diskretisierung, Quantisierung, Sampling
- Bildgebende Verfahren
  - Bildaufnahme
- Vorverarbeitung
  - Bildverbesserung
- Segmentierung
  - Trennung unterschiedlicher Objekte
- Klassifikation
  - Kategorisierung von Objekten
- Modellbildung
  - Bestimmung quantitativer Größen
  - Berücksichtigung komplexer Phänomene

Zusammenfassung

50

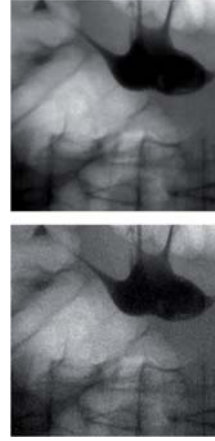
## Anlage Nearest Neighborhood-Verfahren



Anlage 1

51

## Anlage Bildverbesserung - Rauschen



Digitales Röntgen, Rauschunterdrückung. Allgemein bieten bessere Rauschunterdrückungsverfahren die Aussicht die Strahlendosis bei gleichbleibender Bildqualität zu reduzieren.

Anlage 2

52

## Anlage Parzen-Window Methode

Die Parzen-window Methode (nach Emanuel Parzen) ist ein statistisches Verfahren zur nichtparametrischen Wahrscheinlichkeitsdichteschätzung (und zur Klassifikation) einer Zufallsgröße (eines Merkmals).

Für eine gegebene Kernfunktion (oft Gaussfunktionen) approximiert die Methode einen Datensatz durch eine Linearkombination von Kernfunktionen die auf den beobachteten Datenpunkten zentriert sind. Der resultierende Parzen-window Algorithmus ist sehr einfach und benötigt keine Trainingsphase.

Parzen-windows können als Verallgemeinerung der k-nearest neighbor Technik angesehen werden. Anstatt die k nearest neighbors eines Testpunktes zu suchen und den Testpunkt entsprechend des Mehrheitsentscheids der Nachbarpunkte zuzuordnen, kann man alle Datenpunkte betrachten und ihnen ein Gewicht mit einer Kernfunktion zuweisen. Mit Gauss-Kerneln verringert sich das Gewicht von Testpunkten exponentiell mit dem Quadrat der Entfernung. Weit entfernt liegende Punkte werden so irrelevant. Die Weite  $\sigma$  der Gaussfunktion bestimmt das relative Gewicht von nahe liegenden und weit entfernten Punkten. Die Wahl von  $\sigma$  bestimmt die Vorhersageeigenschaften der Methode.

Anlage 3

53